

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Филиал МГУ в г. Грозном

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора
Филиала – руководитель
образовательных программ
А.С. Воронцов

« _ » 20__ г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование дисциплины:

Математика для менеджеров

Уровень высшего образования:

Бакалавриат

Направление подготовки:

38.03.02 «Менеджмент»

Направленность (профиль) ОПОП:

«Общий»

Форма обучения:

Очная

Москва 2023 г.

Предисловие

Основная цель дисциплины — обеспечить студентов базовыми математическими навыками, необходимыми для последующего освоения прикладных курсов, предусмотренных учебным планом.

Для достижения этой цели в курс включены три больших раздела (а также всё необходимое для их изучения): (3) линейная алгебра, (1) теория функции нескольких переменных, включая оптимизационные методы, (2) интегрирование. Первый из этих разделов, прежде всего, потребуются студентам в рамках дисциплин «Анализ данных» и «Эконометрика», второй — для «Экономики для менеджеров», «Экономики труда», «Управления проектами», «Теории игр и экономического поведения», третий — для дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика».

1. Наименование дисциплины:

Авторы программы: заведующий кафедрой математических методов анализа экономики Филипп Сергеевич Картаев, старший преподаватель кафедры математических методов анализа экономики Лия Сергеевна Павлова

e-mail: kartaev@gmail.com

Уровень высшего образования: бакалавриат

Направление подготовки: Менеджмент

Язык преподавания дисциплины: русский

2. Статус и место дисциплины в структуре основной образовательной программы подготовки бакалавра (данные берутся из учебного плана)

Статус дисциплины: обязательная

Семестр: 2 семестр

3. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Дисциплина обеспечивает формирование следующих компетенций и результатов обучения:

Формируемые компетенции	Результаты обучения по дисциплине
Способность к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-4)	(ОК4.РОУ-1) Уметь чётко формулировать утверждения и корректно их обосновывать
Способность к самоорганизации и саморазвитию (ОК-6)	(ОК6.РОУ-1) Уметь получать результат в виде верного и корректно обоснованного решения стоящей перед ним задачи (ОК6.РОВ-1) Владеть навыками восприятия аналитической информации (ОК6.РОВ-1) Владеть навыками организации самостоятельной работы в процессе постановки и решения формальных задач
Владение навыками количественного и качественного анализа при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путём их адаптации к конкретным задачам управления (ПК-10)	(ПК10.РОЗ-1) Знать фундаментальные основы высшей математики. (ПК10.РОЗ-2) Знать базовые математические методы, необходимые для освоения дисциплин, связанных с анализом данных: «Теории вероятностей и математической статистики», «Статистики», «Анализа данных» и «Эконометрики»; (ПК10.РОУ-1) Уметь применять знания фундаментальных основ высшей математики для проведения экономико-математических исследований и осуществления аналитической деятельности; (ПК10.РОВ-1) Владеть математическим аппаратом, чтобы успешно применять свои знания при изучении специальных дисциплин, предусмотренных учебным планом.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВИДАМ РАБОТ

Объем дисциплины составляет 5 зачётных единиц, 180 академических часов, из которых, 86 академических часов составляет контактная работа, 94 академических часа составляет самостоятельная работа студента.

Название темы	Трудоёмкость (в академических часах) по видам работ				
	Всего часов	Контактная работа, часы			Самостоятельная работа студента, часы
		Всего часов контактной работы	Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	
Тема 1. Элементы матричной алгебры.	8	4	2	2	4
Тема 2. Определители и их свойства. Правило Крамера для решения линейных алгебраических уравнений.	8	4	2	2	4
Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса-Жордана.	12	6	2	4	6
Тема 4. Обратная матрица. Матричные уравнения.	8	4	2	2	4
Тема 5. Векторы на плоскости и векторные пространства. База и ранг набора векторов. Базис пространства. Координаты вектора в разных базисах. Линейное подпространство.	16	8	4	4	8
Тема 6. Основные элементарные функции и их графики. Предел функции от одной переменной.	12	6	2	4	6
Тема 7. Производные функции от одной переменной. Дифференциал.	12	6	2	4	6
Тема 8. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях.	8	4	2	2	4
Тема 9. Полное исследование поведения функции одной переменной и построение графика функции.	12	6	2	4	6
Тема 10. Функции нескольких переменных. Область определения. Линии уровня.	12	6	2	4	6

Примеры построения линий уровня для теоретических и прикладных экономических задач.					
Тема 11. Частные производные. Дифференциал. Градиент функции. Частное и полное приращение функции нескольких переменных. Частные производные различных порядков. Производная по направлению. Градиент. Свойства градиента.	12	6	2	4	6
Тема 12. Элементы теории экстремума для функций двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума.	14	6	2	4	8
Тема 13. Условный экстремум функции двух переменных. Метод Лагранжа.	14	6	2	4	8
Тема 14. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Некоторые способы интегрирования: - замена переменной; - интегрирование по частям; - интегралы вида: $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}; \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}};$ $\int \frac{(Ax + B)dx}{ax^2 + bx + c}; \int \frac{(Ax + B)dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}.$	18	8	4	4	10
Тема 15. Определенный интеграл. Постановка задачи. Нижняя и верхняя интегральные суммы. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.	14	6	2	4	8
Всего часов	180	86	34	52	94

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ И ФОРМЫ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ

Примечание: Для всех тем занятия семинарского типа проводятся в форме решения задач по соответствующей теме. Самостоятельная работа состоит в освоении студентами методических материалов по курсу, где содержатся необходимые теоретические сведения, и решении задач. Примеры задач приводятся далее.

Тема 1. Элементы матричной алгебры.

Основные понятия и определения. Операции над матрицами: сложение матриц, умножение матрицы на действительное число, транспонирование матрицы, произведение двух и более матриц. Перестановочные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 2. Определители и их свойства.

Определение. Свойства определителей. Способы вычисления определителей второго, третьего и n -го порядков. Вычисление обратной матрицы с помощью определителей. Правило Крамера для решения систем линейных уравнений.

Темы 3, 4. Системы линейных алгебраических уравнений.

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Эквивалентные преобразования СЛАУ. Методы Гаусса и Гаусса-Жордана для решения систем линейных алгебраических уравнений. Общие и частные решения СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные СЛАУ. Фундаментальный набор решений однородной СЛАУ.

Обратная матрица. Матричные уравнения.

Тема 5. Векторы на плоскости и векторные пространства.

Геометрическое и алгебраическое понятия вектора. Операции над векторами. Система (набор) векторов. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис и ранг набора векторов.

N -мерные векторные пространства. Базис и размерность пространства. Координаты вектора в разных базисах. Подпространство. Базис и размерность подпространства. Способы задания подпространства (если останется время).

Тема 6. Основные элементарные функции и их графики. Предел функции одной переменной.

Обсуждаются понятия: число, числовая ось, постоянные и переменные величины, функции от одной переменной. Способы задания функций. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Преобразования графиков функций.

Предел переменной величины. Предел функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Непрерывность функций. Разрывные функции.

Первый и второй замечательные пределы.

Тема 7. Производные функции одной переменной. Дифференциал.

Определение производной. Геометрическое значение производной. Производные основных элементарных функций. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная неявной функции. Основные теоремы. Дифференциал. Производные и дифференциалы различных порядков. Уравнения касательной и нормали к данной функции.

Тема 8. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях.

Теорема о корнях производной (теорема Роля). Теорема о конечных приращениях (теорема Лагранжа). Теорема об отношении приращений двух функций (теорема Коши). Раскрытие неопределенностей типа $0/0$ и ∞/∞ . Правило Лопиталья.

Тема 9. Полное исследование поведения функции одной переменной и построение графика.

Область определения функции, область значений. Поведение функции в окрестности точек разрыва. Возрастание и убывание функции. Максимум и минимум функции. Исследование на максимум и минимум с помощью первой производной, с помощью второй производной. Выпуклость и вогнутость кривой. Асимптоты. Общая схема исследования функции и построение графика.

Тема 10. Функции нескольких переменных.

Определение и практические примеры. Основные понятия:

Предел функции двух переменных; непрерывность функции двух переменных. Область определения. Линии уровня и их интерпретации. Примеры построения линий уровня для теоретических и прикладных экономических задач.

Тема 11. Частные производные. Дифференциал. Градиент функции.

Частное и полное приращение функции нескольких переменных. Частные производные. Полное приращение и полный дифференциал. Частные производные различных порядков. Производная по направлению. Градиент. Свойства градиента.

Тема 12. Элементы теории экстремума для функций двух переменных.

Безусловный локальный экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Примеры.

Тема 13. Условный экстремум функции двух переменных.

Задачи на условный экстремум. Понятие максимума (минимума) функции нескольких переменных, связанных данным уравнением (условный экстремум). Решение задач на нахождение условного экстремума методом Лагранжа. Прикладные экономические элементарные модели.

Тема 14. Неопределенный интеграл.

Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица интегралов. Свойства неопределенного интеграла.

Некоторые способы интегрирования:

- замена переменной;
- интегрирование по частям;
- интегралы вида:

$$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}; \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}; \int \frac{(Ax + B)dx}{ax^2 + bx + c}; \int \frac{(Ax + B)dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}}.$$

Тема 15. Определенный интеграл.

Постановка задачи. Нижняя и верхняя интегральные суммы. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Примеры вычисления площадей.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

- Малугин В. А. Математический анализ для экономистов. Учебник и практикум для СПО. — Юрайт Москва, 2017. — 557 с.

- Малугин В. А., Рощина Я. А. Линейная алгебра для экономистов: учебник, практикум и сборник задач для СПО. — Юрайт Москва, 2018. — 478 с.

Дополнительная литература:

- Шевцов Г.С. Линейная алгебра и прикладные аспекты.- М.: «Финансы и статистика», 2003.
- Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Часть 1. - М.: ФИЗМАТЛИТ. 2002.
- Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М.: «НАУКА», 1977.
- Ильин В.А., Куркина А.В. Высшая математика.- М.: ТК Велби, Изд-во Проспект. 2005.
- Практикум по высшей математике для экономистов. Под ред. проф. Кремера Н.Ш. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2005.
- Сборник задач по высшей математике для экономистов. Учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2001.
- Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.1. М.: «ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС». 2003.
- Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. ФИЗМАТЛИТ. Невский диалект. Лаборатория базовых знаний. М.: СПб., 2001.

Интернет-ресурсы:

<https://on.econ.msu.ru> — для размещения материалов по курсу

<https://www.wolframalpha.com> — для решения задач по темам курса с помощью специального программного пакета

7. ДЕМОНСТРАЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ КОНТАКТНОЙ И САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ (учебно-методическое обеспечение)

Здесь приводятся примеры контрольных работ и экзамена. Примеры работ будут доступны студентам в ходе обучения. Кроме того, они дают представление о задачах, которые разбираются на семинарах в процессе освоения материала и подготовки к этим работам.

Контрольная работа 1

- 1) Дать определение ранга матрицы.
- 2) Доказать единственность разложения вектора по базису.

3) Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & x \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} y & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$. Найти значения неизвестных, если

известно, что $A \cdot B^T = \begin{pmatrix} 6 & 6 \\ -3 & -3 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

- 3) Доказать, что векторы $a_1(1,0,0)$; $a_2(1,1,0)$; $a_3(1,1,1)$ являются базисом трехмерного пространства
- 4) Вектор $c_a(-1,1,1)$ задан своими координатами в базисе из векторов a_1 ; a_2 ; a_3 . Найти матрицу перехода от базиса a_1 ; a_2 ; a_3 к базису из векторов $b_1(4,1,1)$; $b_2(4,3,1)$; $b_3(0,1,1)$ (1б.). Найти координаты вектора c в базисе из векторов b_1 ; b_2 ; b_3 (2б.).

5) Найти матрицу обратную данной $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -7 & 3 \end{pmatrix}$.

Контрольная работа 2

1. Что называется функцией от двух переменных (сформулируйте определение)?

2. Что называется градиентом функции (сформулируйте определение)?
3. Сформулировать необходимые условия существования экстремума функции $Z=(x,y)$.
4. Найти область определения функции: $Z = \frac{1}{\sqrt{x+y}} + \frac{1}{\sqrt{x-y}}$.
5. Построить карту линий уровней функции $Z = y(1+x^2)$.
6. Вычислить ВСЕ частные производные функции до второго порядка: $Z = \frac{y^2}{1+x}$
7. Доказать, что если $Z = \ln(x^2 + y^2)$ то $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.
8. Найти производную от функции $Z = 5x^2 - 3x - y - 1$ в точке $M(2,1)$ в направлении, идущем от точки M к точке $K(5,5)$.
9. Найти экстремумы функции $Z = x^3 + y^3 - 3xy$.
10. Найти условные экстремумы функции $f = 4x + 2y \rightarrow c.extr$ при условии $x^2 + y^2 = 5$

Контрольная работа 3

- 1) Дать определение первообразной.
- 2) Доказать, что неопределенный интеграл от суммы некоторого числа функций равен сумме интегралов слагаемых.

3) Вычислить неопределенные интегралы:

$$\int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx; \int \frac{(x^2+1)dx}{(x-1)}; \int \frac{\ln x dx}{x^3}; \int \frac{(x+2)dx}{x^3-2x^2}; \int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{-4x^2+4x+3}}$$

4) Вычислить определенные интегралы:

$$\int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx; \int_0^{\pi} e^x \cos x dx.$$

5) Вычислить площадь, ограниченную функциями: $y = x^2 + 4x$, $y = x + 4$. Сделать рисунок.

Экзамен

- 1) Доказать, что постоянный множитель можно вынести за знак неопределенного интеграла.
- 2) Построить линии уровня функции $z = \ln(xy)$ для $Z=-1;0;1$.

3) Показать, что для функции $z = \frac{xy}{x-y}$ справедливо равенство $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{2}{x-y}$.

4) Найти производную от функции $z = 3x^4 - xy + y^3$ в точке $M(1,2)$ в направлении, составляющем с осью Ox угол 60° . (Обязательно выписывать направляющие косинусы!)

5) Найти экстремумы функции $f = x^2 + 3x + y^2 - 4y + 1$ при условии $x^2 + y^2 = 4$.

6) Вычислить интегралы: $\int \frac{x^2+1}{x-1} dx, \int x \ln(x-1) dx, \int \frac{x^3 dx}{x-2}, \int \frac{dx}{\sqrt{1+x+x^2}}$.

7) Вычислить интегралы: $\int_0^{\ln 3} \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx, \int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$.

8) Вычислить площадь фигуры, ограниченной функциями: $y = x^2 + 2, xy = 3, x = 0, y = 1$

8. БАЛЛЬНАЯ СИСТЕМА ОЦЕНКИ

Максимальные значения баллов, которые студент может получить за выполнение формы проверки знаний (текущая и промежуточная аттестация):

Формы текущей и промежуточной аттестации	Баллы
Контрольная работа 1	40
Контрольная работа 2	40
Контрольная работа 3	50
Домашние задания	20
Экзамен	100

Оценка по курсу выставляется, исходя из следующих критериев:

Оценка	Минимальное количество баллов	Максимальное количество баллов
<i>Отлично</i>	$\geq 212,5$	< 250
<i>Хорошо</i>	$\geq 162,5$	$< 212,5$
<i>Удовлетворительно</i>	≥ 100	$< 162,5$
<i>Неудовлетворительно</i>	0	< 100

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Для организации занятий по дисциплине необходимы следующие технические средства обучения: мультимедийный класс с проектором для лекций; доска с маркерами для всех занятий

Авторы программы:

_____ Павлова Л.С.

_____ Картаев Ф.С.